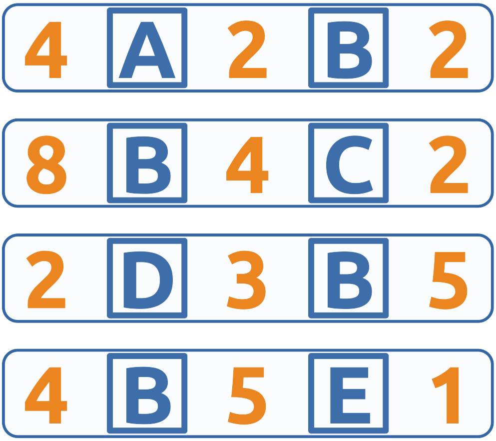
4 класс

Задача 4.1. На доске были написаны четыре арифметических примера. Вера стёрла один знак «плюс», один знак «минус», один знак «умножить», один знак «делить», а также четыре знака «равно».

Вместо одинаковых знаков она написала одинаковые буквы, а вместо разных знаков — разные буквы. Восстановите примеры.



(a) Вместо буквы A
(b) Вместо буквы B
(c) Вместо буквы C
(d) Вместо буквы D
(e) Вместо буквы E

(1) должен стоять знак «плюс»
(2) должен стоять знак «умножить»
(3) должен стоять знак «минус»
(4) должен стоять знак «делить»
(5) должен стоять знак «равно»

Ответ: a4 b5 c2 d1 e3.

Решение. Заметим, что буква B встречается во всех примерах. Получается, что вместо буквы B должен стоять знак «равно»:

$$4\,A\,2 = 2$$
$$8 = 4\,C\,2$$
$$2\,D\,3 = 5$$
$$4 = 5\,E\,1$$

Теперь будем смотреть на примеры, начиная с последнего.

- Какой знак надо поставить между 5 и 1, чтобы получилось 4? Есть только один вариант — знак «минус».

- Какой знак надо поставить между 2 и 3, чтобы получилось 5? Есть только один вариант — знак «плюс».
- Какой знак надо поставить между 4 и 2, чтобы получилось 8? Есть только один вариант — знак «умножить».
- Какой знак надо поставить между 4 и 2, чтобы получилось 2? Есть два варианта — знак «минус» или знак «делить», но знак «минус» уже используется в другом примере, поэтому он нам не подходит.

Итак, наши примеры выглядят следующим образом:

$$4 : 2 = 2$$
$$8 = 4 \cdot 2$$
$$2 + 3 = 5$$
$$4 = 5 - 1$$

□

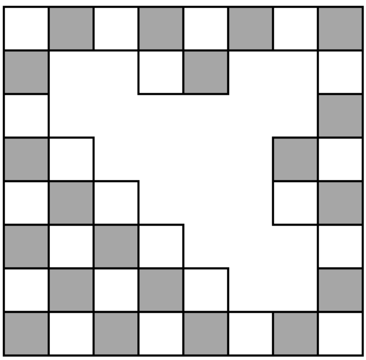
Задача 4.2. У Пети есть 25 монет, каждая из которых имеет номинал 1, 2, 5 или 10 рублей. Среди этих монет 19 — не двухрублёвые, 20 — не десятирублёвые, 16 — не однорублёвые. Сколько пятирублёвых монет у Пети?

Ответ: 5.

Решение. Раз среди Петиных монет 19 не двухрублёвых, то у Пети всего 6 двухрублёвых монет. Аналогично получается, что у Пети 5 десятирублёвых монет и 9 однорублёвых монет.

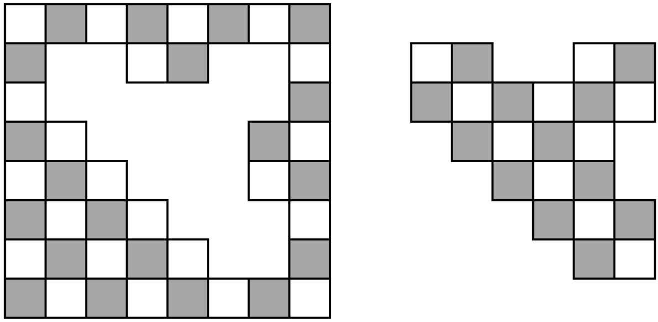
Таким образом, у Пети $25 - 6 - 5 - 9 = 5$ пятирублёвых монет. □

Задача 4.3. Термиты съели кусок старой деревянной шахматной доски. Сколько чёрных клеток они съели?



Ответ: 12.

Решение. Нарисуем фигуру, которую «выели термиты». Теперь мы можем без труда посчитать количество чёрных клеток, которые они съели.



□

Задача 4.4. В очереди в столовую стоят пять школьников: Аня, Боря, Вера, Гена и Денис.

- Боря стоит в начале очереди.
- Вера стоит рядом с Аней, но не рядом с Геной.
- Среди Ани, Бори и Гены никакие двое не стоят рядом.

Кто стоит рядом с Денисом?

Ответ: Аня и Гена.

Решение. Пронумеруем места в очереди от 1 до 5: место №1 — место в начале очереди, место №5 — в конце очереди.

Из первого условия мы понимаем, что Боря стоит на месте №1, а из третьего условия становится ясно, что Аня и Гена стоят на местах №3 и №5.

- Место №1 — Боря
- Место №2 — ?
- Место №3 — Аня или Гена
- Место №4 — ?
- Место №5 — Аня или Гена

Из второго условия следует, что Вера не может стоять на месте №4 (иначе рядом с ней стоят и Аня, и Гена). Тогда она точно стоит на месте №2, а рядом с ней (на месте №3) стоит Аня. Тогда на месте №4 может стоять только Денис.

- Место №1 — Боря
- Место №2 — Вера

- Место №3 — Аня
- Место №4 — Денис
- Место №5 — Гена □

Задача 4.5. Антон загадал трёхзначное число, а Лёша пытается его угадать. Лёша по очереди назвал числа 109, 704 и 124. Антон заметил, что каждое из этих чисел совпадает с загаданным числом ровно в одном разряде. Какое число загадал Антон?

Ответ: 729.

Решение. Заметим, что первое и третье число имеют общую цифру сотен 1, первое и второе имеют общую цифру десятков 0, второе и третье имеют общую цифру единиц 4.

Предположим, первая цифра загаданного числа 1. Тогда первое и третье число больше не имеют общих цифр с загаданным в одних и тех же разрядах, поэтому вторая цифра не 0 и не 2, а третья — не 4 и не 9. Но тогда второе число с загаданным общих цифр в одном и том же разряде иметь не может. Получили противоречие, поэтому первая цифра не равна 1.

Рассуждая аналогично, получим, что вторая цифра не равна 0 (иначе третье число не будет иметь с загаданным общих цифр в одном и том же разряде), а третья цифра не равна 4 (иначе первое число не будет иметь с загаданным общих цифр в одном и том же разряде).

Итак, второе число с загаданным может иметь только общую цифру сотен 7, третье — цифру десятков 2, первое — цифру единиц 9, т. е. загаданное число равно 729. □

Задача 4.6. Впишите вместо букв A, B, C, D, E цифры $1, 2, 3, 4, 5$ так, чтобы сумма цифр во всех прямоугольниках 1×3 (и горизонтальных, и вертикальных) равнялась 13. Каждая из цифр от 1 до 5 должна встречаться в таблице ровно один раз.

7	*A*	
B	**6**	*C*
D	*E*	**8**

(a) Вместо буквы A
(b) Вместо буквы B
(c) Вместо буквы C
(d) Вместо буквы D
(e) Вместо буквы E

(1) должна стоять цифра 1
(2) должна стоять цифра 2
(3) должна стоять цифра 3
(4) должна стоять цифра 4
(5) должна стоять цифра 5

Ответ: a3 b5 c2 d1 e4.

Решение. Сумма всех чисел в таблице равна $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$, а в каждом из первых двух столбцов она равна 13. Значит, общая сумма чисел в таблице равна $36 = 13 + 13 + (8 + C)$, откуда $C = 2$.

Во второй строке сумма равна $13 = B + 6 + C = B + 6 + 2$, откуда $B = 5$.

В первом столбце сумма равна $13 = 7 + B + D = 7 + 5 + D$, откуда $D = 1$.

В нижней строке сумма равна $13 = D + E + 8 = 1 + E + 8$, откуда $E = 4$.

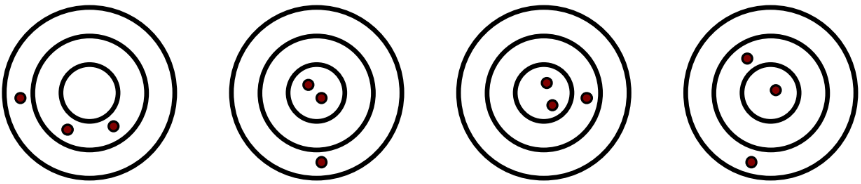
Во втором столбце сумма равна $13 = A + 6 + E = A + 6 + 4$, откуда $A = 3$.

Итак, искомая расстановка имеет следующий вид:

7	**3**	
5	**6**	**2**
1	**4**	**8**

□

Задача 4.7. Денис кидал дротики в четыре одинаковых поля для дартса: в каждое поле он кинул ровно три дротика, куда они попали, показано на рисунке. На первом поле он набрал 30 очков, на втором — 38 очков, на третьем — 41 очко. Сколько очков он набрал на четвёртом поле? (За попадание в каждую определённую зону — кольцо или центральное поле — даётся определённое количество очков.)



Ответ: 34.

Решение. «Сложим» первые два поля для дартса: получим 2 попадания в центральное поле, 2 попадания во внутреннее кольцо, 2 попадания во внешнее кольцо. Таким образом, сумма очков на первом и втором полях в два раза больше, чем количество очков, полученных за четвёртое поле.

Отсюда несложно получить ответ

$$(30 + 38) : 2 = 34.$$

□

Задача 4.8. В роще растут деревья четырёх видов: березы, ели, сосны и осины. Всего 100 деревьев. Известно, что среди любых 85 деревьев найдутся деревья всех четырёх видов. Среди какого наименьшего количества любых деревьев в этой роще обязательно найдутся деревья хотя бы трёх видов?

Ответ: 69.

Решение. Предположим, в роще не более 15 берёз. Тогда остальных деревьев хотя бы 85, а по условию задачи среди них должны найтись деревья всех четырёх видов. Противоречие. Значит, в роще хотя бы 16 берёз. Аналогично получаем, что деревьев каждого вида хотя бы 16.

Докажем, что среди любых 69 деревьев обязательно найдутся три различных дерева. Предположим, что это не так, и среди каких-то 69 деревьев оказались только два разных вида. Тогда среди оставшихся 31 дерева встречаются все деревья каких-то двух оставшихся видов, но, как было доказано ранее, каждый вид представлен хотя бы 16 деревьями. Противоречие.

Теперь приведём пример, когда среди некоторых 68 деревьев встречается не более двух видов (т. е. 68 деревьев может «не хватить»). Пусть в роще растут 34 берёзы, 34 ели, 16 сосен и 16 осин. Из предыдущих рассуждений мы понимаем, что среди любых 85 деревьев найдутся деревья всех четырёх видов (т. к. среди отсутствующих 15 деревьев не может содержаться какой-то вид целиком). При этом, если взять все берёзы и ели, суммарно 68 деревьев, то среди них не будет деревьев трёх видов. $\square$